



PROPORTIONNALITE CYCLE 3

**ANIMATION PEDAGOGIQUE
VOIRON 1 - 2019/2020**



1 – CHAMP DIDACTIQUE

Programme du Cycle 3

Nombres et calculs : Résoudre des problèmes en utilisant des fractions, des nombres décimaux et le calcul.

-Proportionnalité → Reconnaître et résoudre des problèmes relevant de la proportionnalité en utilisant une procédure adaptée : propriétés de linéarité (additive et multiplicative), passage à l'unité, coefficient de proportionnalité. Appliquer un pourcentage.

Grandeurs et mesures : Dans le cadre des grandeurs, la proportionnalité sera mise en évidence et convoquée pour résoudre des problèmes dans différents contextes.

-Proportionnalité → Identifier une situation de proportionnalité entre deux grandeurs à partir du sens de la situation. Résoudre un problème de proportionnalité impliquant des grandeurs.

Espace et géométrie : Les activités spatiales et géométriques sont à mettre en lien avec les deux autres thèmes , résoudre dans un autre cadre des problèmes relevant de la proportionnalité et utiliser en situation les grandeurs (géométriques).

-Proportionnalité → Reproduire une figure en respectant une échelle donnée : agrandissement ou réduction d'une figure.

Programme de cycle 3 : Croisements entre enseignements

Les contextes des situations de proportionnalité à explorer au cours du cycle peuvent être illustrés ou réinvestis dans d'autres disciplines :

problèmes d'échelle, de vitesse, de pourcentage (histoire et géographie, EPS, sciences et technologie), problèmes d'agrandissement et de réduction (arts plastiques, sciences).

Repères de progressivité : le cas particulier de la proportionnalité

La proportionnalité doit être traitée dans le cadre de chacun des trois domaines « nombres et calculs », « grandeurs et mesures » et « espace et géométrie ».

En CM1, le recours aux propriétés de linéarité (additive et multiplicative) est privilégié dans des problèmes mettant en jeu des nombres entiers. Ces propriétés doivent être explicitées ; elles peuvent être institutionnalisées de façon non formelle à l'aide d'exemples (« si j'ai deux fois, trois fois... plus d'invités, il me faudra deux fois, trois fois... plus d'ingrédients » ; « si 6 stylos coutent 10 euros et 3 stylos coutent 5 euros, alors 9 stylos coutent 15 euros »). Les procédures du type passage par l'unité ou calcul du coefficient de proportionnalité sont mobilisées progressivement sur des problèmes le nécessitant et en fonction des nombres (entiers ou décimaux) choisis dans l'énoncé ou intervenant dans les calculs. À partir du CM2, des situations impliquant des échelles ou des vitesses constantes peuvent être rencontrées. Le sens de l'expression « ...% de » apparaît en milieu de cycle. Il s'agit de savoir l'utiliser dans des cas simples (50 %, 25 %, 75 %, 10 %) où aucune technique n'est nécessaire, en lien avec les fractions d'une quantité. En fin de cycle, l'application d'un taux de pourcentage est un attendu.



Repères annuels de progression Cycle 3

NOMBRES ET CALCULS (suite)

La résolution de problèmes

Dès le début du cycle, les problèmes proposés relèvent des quatre opérations.

La progressivité sur la résolution de problèmes combine notamment :

- les nombres mis en jeu : entiers (tout au long du cycle) puis décimaux dès le CM1 sur des nombres très simples ;
- le nombre d'étapes que l'élève doit mettre en œuvre pour leur résolution ;
- les supports proposés pour la prise d'informations : texte, tableau, représentations graphiques.

La communication de la démarche prend différentes formes : langage naturel, schémas, opérations.

Problèmes relevant de la proportionnalité

Le recours aux propriétés de linéarité (multiplicative et additive) est privilégié. Ces propriétés doivent être explicitées ; elles peuvent être institutionnalisées de façon non formelle à l'aide d'exemples verbalisés (« Si j'ai deux fois, trois fois... plus d'invités, il me faudra deux fois, trois fois... plus d'ingrédients » ; « Je dispose de briques de masses identiques. Si je connais la masse de 7 briques et celle de 3 briques alors je peux connaître la masse de 10 briques en faisant la somme des deux masses »). Dès la **période 1**, des situations de proportionnalité peuvent être proposées (recettes...). L'institutionnalisation des propriétés se fait progressivement à partir de la **période 2**.

Dès la **période 1**, le passage par l'unité vient enrichir la palette des procédures utilisées lorsque cela s'avère pertinent.

À partir de la **période 3**, le symbole % est introduit dans des cas simples, en lien avec les fractions d'une quantité (50 % pour la moitié ; 25 % pour le quart ; 75 % pour les trois quarts ; 10 % pour le dixième).

Tout au long de l'**année**, les procédures déjà étudiées en CM sont remobilisées et enrichies par l'utilisation explicite du coefficient de proportionnalité lorsque cela s'avère pertinent.

Dès la **période 2**, en relation avec le travail effectué en CM, les élèves appliquent un pourcentage simple (en relation avec les fractions simples de quantité : 10 %, 25 %, 50 %, 75 %).

Dès la **période 3**, ils apprennent à appliquer un pourcentage dans des registres variés.

Repères annuels de progression Cycle 3

GRANDEURS ET MESURES

Proportionnalité

Les élèves commencent à identifier et à résoudre des problèmes de proportionnalité portant sur des grandeurs.

Des situations très simples impliquant des échelles et des vitesses constantes peuvent être rencontrées.

Sur des situations très simples en relation avec l'utilisation d'un rapporteur, les élèves construisent des représentations de données sous la forme de diagrammes circulaires ou semi-circulaires.

ESPACE ET GÉOMÉTRIE

La proportionnalité

Les élèves agrandissent ou réduisent une figure dans un rapport simple donné (par exemple $\times \frac{1}{2}$, $\times 2$, $\times 3$).

Les élèves agrandissent ou réduisent une figure dans un rapport plus complexe qu'au CM2 (par exemple $\frac{3}{2}$ ou $\frac{3}{4}$) ; ils reproduisent une figure à une échelle donnée et complètent un agrandissement ou une réduction d'une figure donnée à partir de la connaissance d'une des mesures agrandie ou réduite.

Attendus de fin d'année de CM1

NOMBRES ET CALCULS

Problèmes relevant de la proportionnalité

Ce que sait faire l'élève

- Dans chacun des trois domaines « nombres et calculs », « grandeurs et mesures » et « espace et géométrie » des problèmes relevant de la proportionnalité sont proposés à l'élève.
- Il mobilise pour les traiter des formes de raisonnement spécifiques et des procédures adaptées, comme les propriétés de linéarité (additive et multiplicative).

Exemples de réussite

- Indique si les affirmations sont vraies ou fausses. Justifie ta réponse.
 - Si Max mesure 1 m 10 cm à 9 ans, il mesurera 2 m 20 cm à 18 ans.
 - Si je prends 5 litres d'essence, je paie 8€. Si je prends 15 litres, je paierai 24 €.
 - Si 4 billes identiques pèsent 20 g, que 8 billes pèsent 40 g alors 2 billes pèsent 10 g.
- Sachant qu'une bouteille coûte 2€, complète le tableau suivant :

Nombre de bouteilles achetées	2	4	6	8	10	12	15	20	30	50
Prix payé										

- ♦ Il résout des situations de type : « si j'ai deux fois, trois fois... plus d'invités, il me faudra deux fois, trois fois... plus d'ingrédients » ; « je dispose de briques de masses identiques. Si 10 briques pèsent 5 kg, combien pèsent 25 briques ? »

Attendus de fin d'année de CM1

Résoudre des problèmes impliquant des grandeurs (géométriques, physiques, économiques) en utilisant des nombres entiers et des nombres décimaux

Proportionnalité

Ce que sait faire l'élève

- L'élève identifie une situation de proportionnalité entre deux grandeurs à partir du sens de la situation.

Exemples de réussite

- Léa possède une recette pour fabriquer un gâteau pour quatre personnes. Pour ce gâteau, il faut : 2 œufs, 30 cL de crème fraîche, 110 g de sucre, 150 g de farine.
Quelle quantité de chaque ingrédient faudra-t-il à Léa si elle veut faire un gâteau pour :
 - 8 personnes ?
 - 2 personnes ?
 - 6 personnes ?
 - 10 personnes ?

Attendus de fin d'année de CM2

NOMBRES ET CALCULS

Problèmes relevant de la proportionnalité

Ce que sait faire l'élève

- Dans chacun des trois domaines « nombres et calculs », « grandeurs et mesures » et « espace et géométrie » des problèmes relevant de la proportionnalité sont proposés à l'élève.
- Il mobilise pour les traiter des formes de raisonnement spécifiques et des procédures adaptées : les propriétés de linéarité (additive et multiplicative), le passage à l'unité, le coefficient de proportionnalité.

Exemples de réussite

- Indique si les affirmations sont vraies ou fausses. Justifie ta réponse.
 - Quand je monte 5 marches, je m'élève de 100 cm, donc si je monte 10 marches, je m'élève de 2 m.
 - Quand je monte 5 marches, je m'élève de 100 cm, donc si je monte 8 marches, je m'élève de 160 cm.
 - Si Max pèse 30 kg à 10 ans, il pèsera 60 kg à 20 ans.
 - Si je prends 5 litres d'essence, je paie 8 €, donc si je prends 15 litres, je paierai 24 €.
 - Si 4 billes identiques pèsent 20 g, que 8 billes pèsent 40 g, alors 2 billes pèsent 10 g.
On peut donner (ou non) des informations supplémentaires (exemple : les marches sont identiques)
- Au marché, un kilogramme de fraises vaut 12 €. Combien valent alors :
500 g de fraises ? 200 g de fraises ? 2 kg 250 g de fraises ?
- La recette pour un dessert au chocolat nécessite pour 4 personnes :
100 g de sucre, 60 g de chocolat, 1 litre de lait.
Quelle quantité de chaque ingrédient faudrait-il pour confectionner ce dessert pour :
6 personnes ? 5 personnes ?

Attendus de fin de CM2

GRANDEURS ET MESURES

Proportionnalité

Ce que sait faire l'élève

- L'élève identifie une situation de proportionnalité entre deux grandeurs à partir du sens de la situation. Des situations simples impliquant des échelles et des vitesses constantes peuvent être rencontrées.

Exemples de réussite

- ◆ Par-delà le travail conduit à partir de cartes ou de plans, les élèves peuvent compléter des tableaux de type :

Echelle	1/10	1/50	1/200	
Distance sur la carte	40 cm	20 cm		20 cm
Distance réelle			4 m	20 km

- En roulant à une vitesse constante de 80 km/h, quelle distance est-ce que je parcours en une heure ?
- Quelle est ma vitesse si je parcours 55 km en une demi-heure ?

Dès le cycle 2, la proportionnalité ...

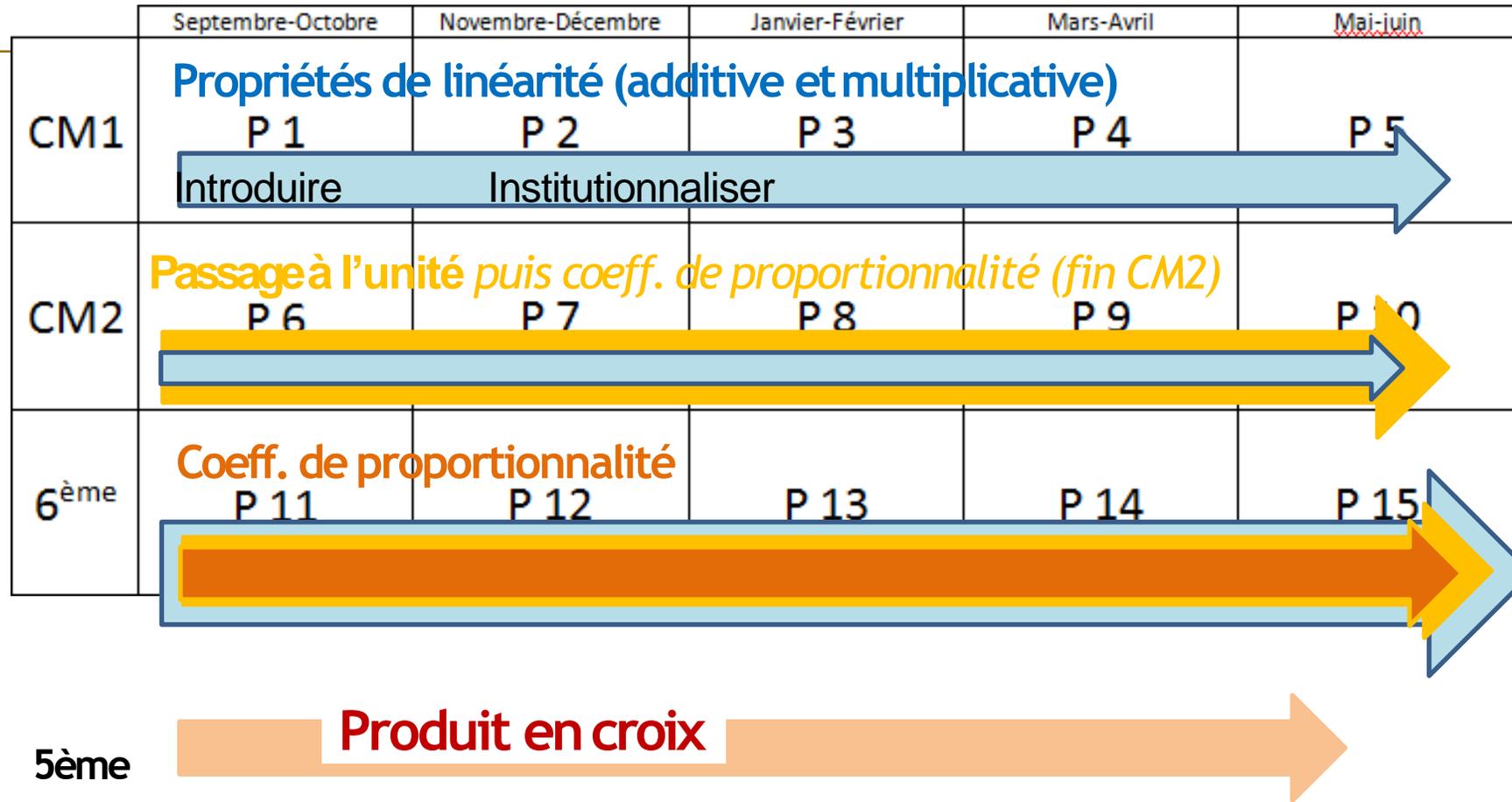
Dès le cycle 2, l'élève a rencontré des situations de proportionnalité dans le cadre de la résolution de problèmes multiplicatifs.

→ Exemple : Un manuel de mathématiques pèse 340 g. Combien pèsent 5 manuels identiques ? Ces problèmes préparent les élèves à la reconnaissance de situation de proportionnalité et à leur résolution par une procédure utilisant la propriété de linéarité pour la multiplication par un nombre.

Schématisation en barres

?				
340 g				

Progressivité de l'apprentissage des procédures : par étape et spiralaire



cf. repères annuels de progression

Progressivité à partir d'un énoncé

« On dispose d'un sac de billes identiques. On connaît la masse de 3 billes (51g) et de 5 billes (85g) »

Début CM1 : linéarité somme et différence « Quelle est la masse de 8 billes ? de 2 billes ? »

Fin CM1 : linéarité somme / différence / double et mixte (facile à identifier) « Quelle est la masse de 6 billes ? de 10 billes ? de 13 billes ? de 7 billes ? »

Début CM2 : linéarité somme / différence / multiple / diviseur / mixte « Quelle est la masse de 21 billes ? de 28 billes ? de 500 billes ? de 250 billes ? 125 billes ? »

Fin CM2 : linéarité et passage à l'unité « Quelle est la masse de 20 billes ? de 21 billes ? de 1 bille ? de 87 billes ? »

Sixième : linéarité / passage à l'unité / coefficient de proportionnalité / tableau de proportionnalité.

Résumer sous forme de tableau la situation de la masse des billes en sachant faire apparaître les opérations de linéarité et le coefficient de proportionnalité.

Conclusion

Quelques points essentiels pour l'enseignement de la proportionnalité :

1. Notion à développer sur le long terme (cycle 2 - cycle 3 - cycle 4)
2. Progressivité dans les procédures attendues (linéarité puis passage à l'unité puis coefficient de proportionnalité)
3. Jouer sur les variables « numériques » (taille des nombres / rapport interne / rapport externe / nature des nombres)
4. Insister sur l'oral (explicitation et confrontation)
5. Multiplier les contextes (vie courante et problèmes mathématiques)
 - Jouer sur l'interdisciplinarité (EPS, géographie, histoire, sciences, technologie...)
 - Impliquer les élèves (vie de tous les jours) et faire résoudre des problèmes « concrets » (cf site « maths en vie »)

Conclusion

6. Confronter proportionnalité et non proportionnalité

7. **Eviter l'utilisation de tableaux** le sens de la proportionnalité (liaison multiplicative entre des grandeurs) ne doit pas se perdre au profit d'une représentation (tableau) et d'une « technique » (calcul sur les lignes et les colonnes).

Illustration en géométrie : Situation ressource Eduscol

Résoudre des problèmes de proportionnalité au cycle 3 Activité : Puzzle

THÈMES D'ÉTUDE

Proportionnalité et géométrie.

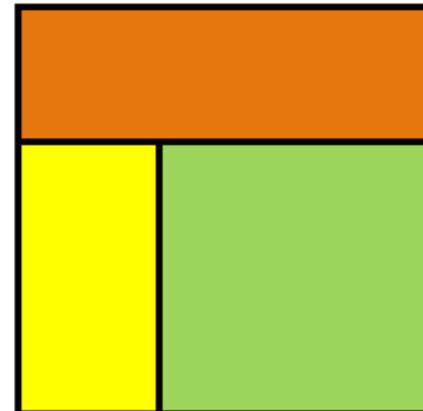
OBJECTIFS

Agrandir ou réduire une figure en utilisant des longueurs.

Énoncé

Présenter l'activité en parlant d'agrandir la figure. Ne pas parler de proportionnalité à ce stade.

Agrandis les 3 pièces de la figure de façon à ce que les segments mesurant 2 cm mesurent finalement 6 cm.



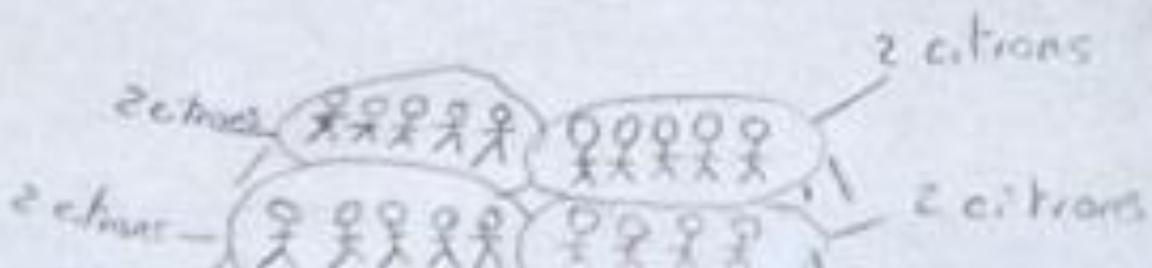


CHAMP DIDACTIQUE

Analyse d'erreurs d'élèves

Proportionnalité : procédure experte ou la plus adaptée?

Il faut 2 citrons pour 5 personnes, combien en faut-il pour 20 personnes?



Handwritten calculation showing a division and multiplication:

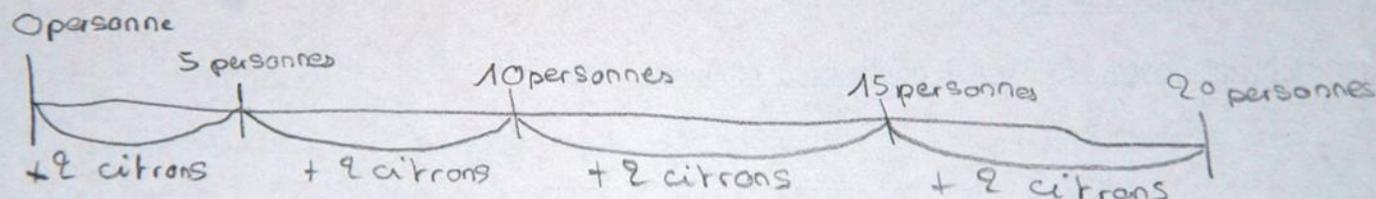
$$\begin{array}{r} 20 \\ - 20 \\ \hline 0 \end{array}$$

if faut pour 1 personne 20
0,4 de citron $\times 0,4$

$$\begin{array}{r} 20 \\ \times 0,4 \\ \hline 80 \\ + 000 \\ \hline 08,0 \end{array}$$

Il faut 8 citrons.

L'objectif n'est pas de mettre en avant telle ou telle procédure particulière, mais de permettre à l'élève de disposer d'un répertoire de procédures, s'appuyant toujours sur le sens, parmi lesquelles il pourra choisir (...) (document eduscol)



$$2 + 2 + 2 + 2 = 8 \text{ citrons.}$$

Il faut 8 citrons pour 20 personnes

nombre citrons	2	8
nombre personnes	5	20

$\times 4$ (above the table)
 $\times 4$ (below the table)

Il faudra 8 citrons pour 20 personnes

Erreurs « classiques »

Problème 1 :

Chez le boulanger, j'ai payé 1 euro et 60 centimes d'euros pour deux baguettes de pain.
Quel est le prix à payer pour 6 baguettes ?

Peut-on trouver la réponse ?

Si NON, pourquoi ? Si **OUI**, quelle est la réponse ?

$$\begin{array}{r} \cancel{1},60 \\ \times \quad 6 \\ \hline 9,60 \end{array}$$

Le prix de 6 baguettes
s'est 9,60€

Non prise en compte du passage à l'unité
(est-ce à cause de deux baguettes à la place de 2 baguettes?)

Persistance du modèle additif.

Pour 4 baguettes de PLUS on paye 4 euros de PLUS !

$f(a+b)$ différent de $f(a) + b$
 $f(2+4)$ différent de $f(2)+4$

Problème 1 :

Chez le boulanger, j'ai payé 1 euro et 60 centimes d'euros pour deux baguettes de pain.
Quel est le prix à payer pour 6 baguettes ?

Peut-on trouver la réponse ?

Si NON, pourquoi ? Si **OUI**, quelle est la réponse ?

$1,60 + 4 = 5,60$
pour 6 baguette il faudra 5€ et 60 centime

Erreurs classiques

$$2 = 5$$

$$4 = 10$$

$$8 = 15$$

$$12 = 20$$

Pour 20 personnes il faut 12 citrons

Erreur à partir de 4 citrons : lorsque j'ajoute 4 citrons, j'ajoute 5 personnes.

→ Voir le document « calcul en ligne au cycle 3 » pour le statut du signe « = »

Personne	5	20
nombre de citrons	2	

(Handwritten annotations: 'x25' with an arrow pointing to the 'Personne' row, and '25' with an arrow pointing to the 'nombre de citrons' row. There are also some scribbles and a '5' written next to the table.)

Choix de procédure non pertinent

Erreurs classiques

Contrat didactique : ce sont les dits et les non dits qui s'installent dans la relation entre les élèves, l'enseignant et le savoir.

Par exemple comme on l'a vu précédemment : tout pb de maths se résout par un calcul.

Ici on va voir une application du fait qu'à un type d'énoncé correspond un type de résolution

Problème 5 :

Théo a 5 ans. Il mesure 110 centimètres.
Quel sera sa taille à 10 ans ?

Peut-on trouver la réponse ?

Si NON, pourquoi ? Si OUI, quelle est la réponse ?

Oui

$$\begin{array}{r} 110 \\ \times 2 \\ \hline 220 \end{array}$$

Il fera 220 centimètres

On ne peut pas savoir c'est trop compliqué il faut être scientifique pour le savoir ou il faut attendre que Théo est 10ans

→ Attention à la structure des énoncés

→ Argumentation qui sort du cadre mathématique souhaité (problème de la modélisation)

Erreurs classiques

Confusion entre « croissance » et « proportionnalité ».

Problème 7 :

Un cycliste se chronomètre sur différentes distances. Il obtient le tableau suivant :

Distance (en kilomètres)	15	30	60
Durée (en minutes)	45	90	210

La durée est-elle proportionnelle à la distance parcourue ?
Justifie ta réponse.

Oui car si le nombre de Km augmente le nombre de min aussi.

→ confrontation avec des cadres du type âge – taille

Erreurs classiques

Un tableau ne fait pas la proportionnalité.

Problème 7 :

Un cycliste se chronomètre sur différentes distances. Il obtient le tableau suivant :

Distance (en kilomètres)	15	30	60
Durée (en minutes)	45	90	210

La durée est-elle proportionnelle à la distance parcourue ?
Justifie ta réponse.

Oui car c'est un tableau de proportionnalité.

Point de vigilance : utilisation du tableau

Les tableaux de proportionnalité ne doivent pas être conçus comme des objets d'enseignement ; s'ils peuvent permettre de résumer clairement une situation proposée dans un problème, les opérations à réaliser pour résoudre un problème de proportionnalité au cycle 3 ne doivent pas se faire par un raisonnement sur des lignes ou des colonnes d'un tableau mais uniquement sur des cardinaux ou des grandeurs, en explicitant ce qui est fait, tant à l'oral qu'à l'écrit. L'enseignant permet aux élèves de dégager les avantages et inconvénients de différentes procédures possibles mais ne les présente pas comme les seules procédures attendues lors de la résolution d'un problème relevant de la proportionnalité. En variant les nombres et les relations numériques, l'enseignant habitue l'élève à changer de procédure pour choisir de manière pertinente la plus efficace pour lui.