



RESOLUTION DE PROBLEMES EN CYCLE 2

ANIMATION PÉDAGOGIQUE 2019/2020

FOCUS : Représentation /modélisation et schéma

Vers l'abstraction....

→ Quelle différence entre représentation et modélisation ? (représenter, modéliser...)

La modélisation doit être transposable, or la manipulation de cubes n'est pas facilement transposable.

Les dessins sont des représentations qui évoluent. Quand ils permettent d'aboutir à la réponse, ils deviennent transposables donc deviennent un modèle.

Un modèle fait partie des représentations possibles, il doit être transposable, comme un langage commun, dont on peut garder une trace. C'est une représentation particulière.

→ Quel schéma ?

Est-ce qu'on utilise des schémas prédéfinis ?

OU est-ce qu'on laisse chaque élève « inventer » et utiliser ses propres schémas ?

OU est-ce qu'on construit des schémas collectivement qui seront utilisés par toute la classe ?

FOCUS : Représentation /modélisation et schéma

Vers l'abstraction....

Programme cycle 2 :

Modéliser

- **utiliser des outils mathématiques pour résoudre des problèmes concrets, notamment des problèmes portant sur des grandeurs et leurs mesures ;**
 - **réaliser que certains problèmes relèvent de situations additives, d'autres de situations multiplicatives, de partages ou de groupements ;**
- **reconnaître des formes dans des objets réels et les reproduire géométriquement.**

Représenter

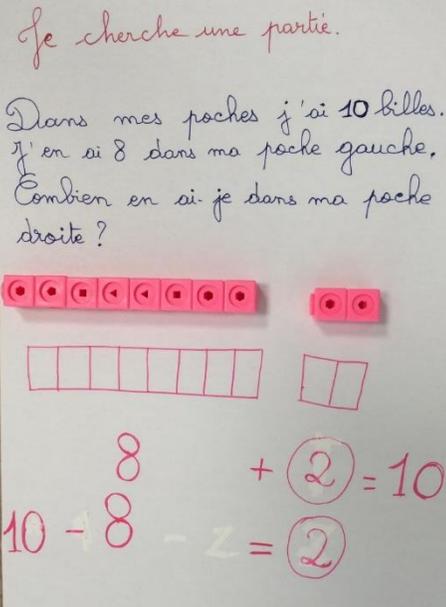
- **appréhender différents systèmes de représentations (dessins, schémas, arbres de calcul, etc.) ;**
- **utiliser des nombres pour représenter des quantités ou des grandeurs ;**
- **utiliser diverses représentations de solides et de situations spatiales.**

Enrichir la mémoire = faire des analogies

- ▶ On enrichit la mémoire en faisant des analogies.
- ▶ Faire des analogies, c'est faire des liens sur les **structures des problèmes**
 - à l'oral systématiquement (« ça nous fait penser à... », « c'est comme... ») ;
 - à l'écrit, pour aider à se souvenir des structures, et sous forme de **schémas** sur une affiche.

Je cherche une partie.

Dans mes poches j'ai 10 billes.
J'en ai 8 dans ma poche gauche.
Combien en ai-je dans ma poche droite ?

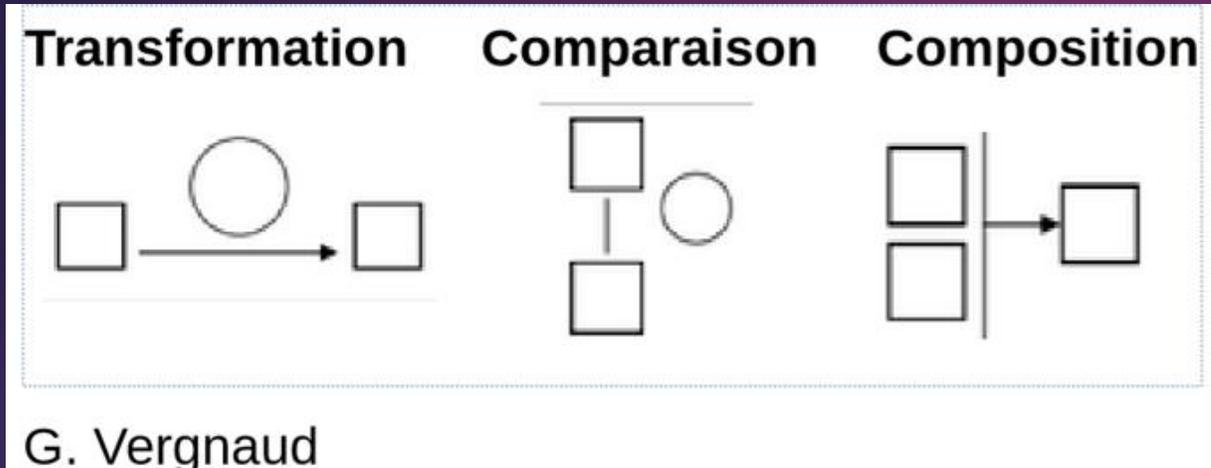


8 + 2 = 10

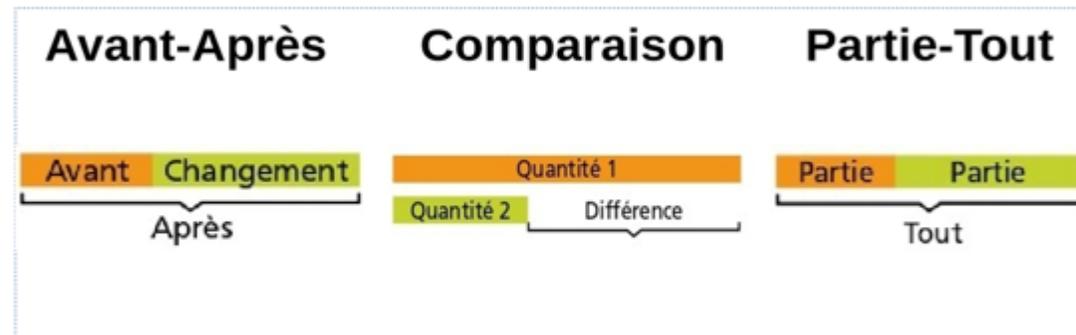
10 - 8 = 2

Pour aller vers l'abstraction...

Des exemples de schématisations tirées des méthodes ou expérimentations actuelles



La modélisation en barres : Singapour



Méthode de Singapour

Pour aller vers l'abstraction...

Des exemples de schématisations tirées des méthodes ou expérimentations actuelles

Une histoire où il se passe quelque chose :

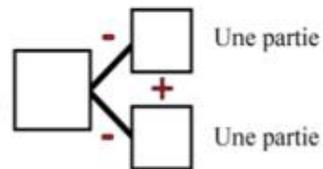
- Au début
- Avant
- Ce matin



- A la fin
- Après
- Maintenant
- Ce soir

Une histoire où il ne se passe rien:

En tout
Au total

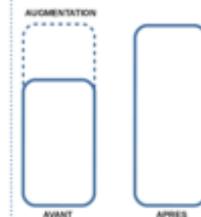


K. Guegen, Ecole J.J. Rousseau Argenteuil

<http://centre-alain-savary.ens-lyon.fr/CAS/mathematiques-en-education-prioritaire/reportage-argenteuil/des-situations-mathematiques>

Maths en vie

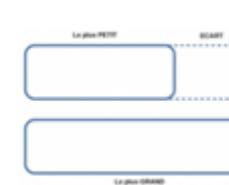
Augmentation



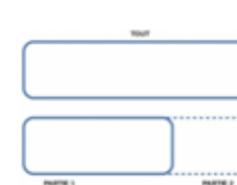
Diminution



Comparaison



Partage-réunion



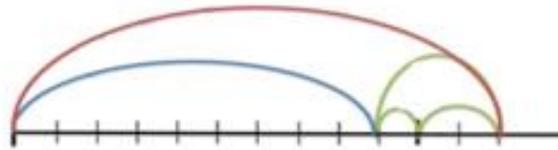
Circonscription de St Gervais

<http://www.ac-grenoble.fr/ien.st-gervais/mathservie/spip.php?rubrique23>

Pour aller vers l'abstraction...

Recherche nationale "ACE" qui repose sur les derniers résultats de la recherche notamment en psychologie cognitive, en neurosciences et en didactique.

Avant-Après Comparaison Partie-Tout

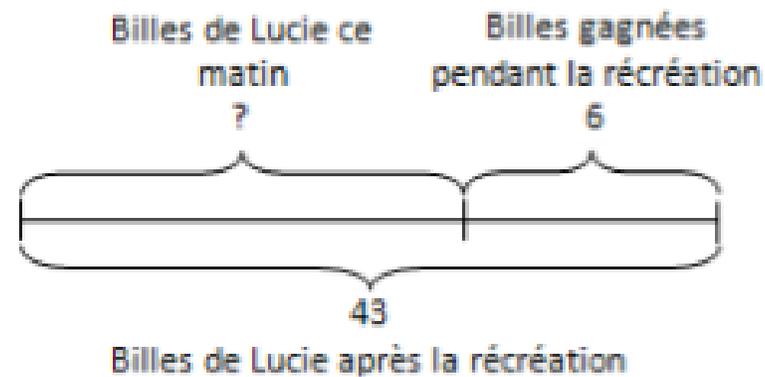
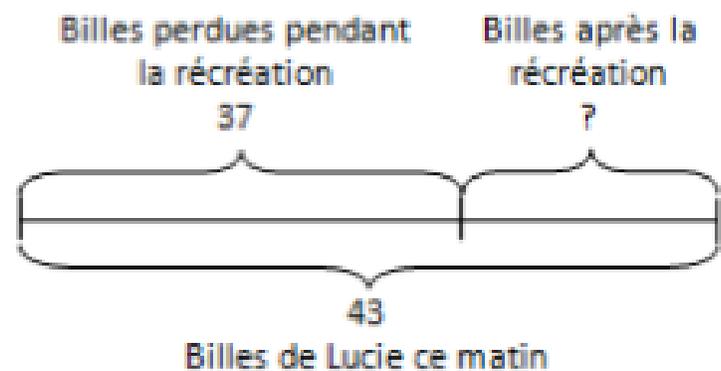
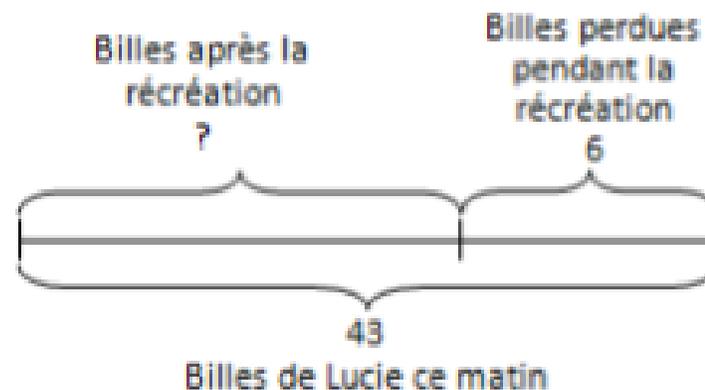
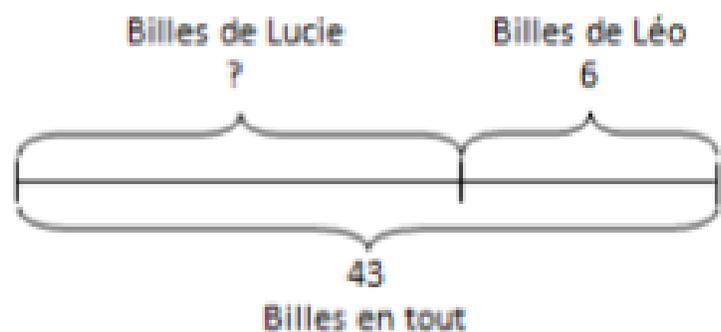


Projet ACE ArithmEcole

<http://pedagogie-nord.ac-lille.fr/IMG/pdf/presentation-ace-arithmecole.pdf>

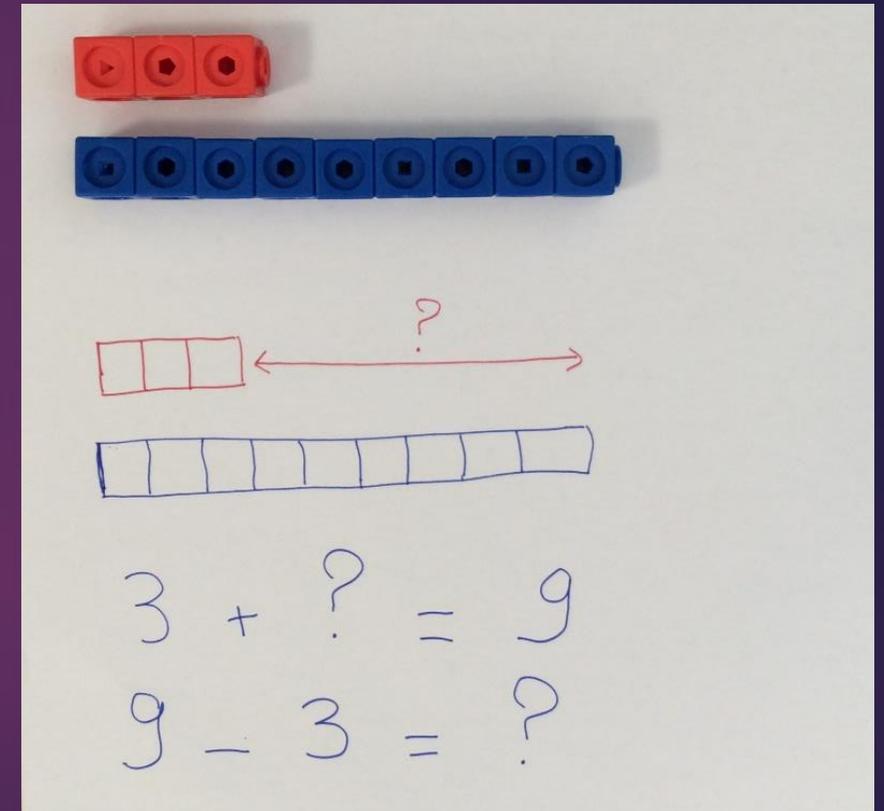


Pour aller vers l'abstraction...schémas de la note de service



Une proposition pour faire construire un schéma

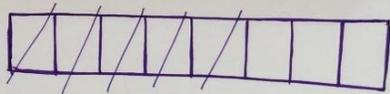
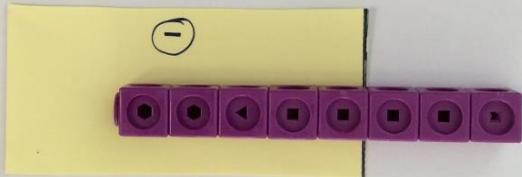
- ▶ On utilise un matériel commun : les cubes (ou les réglettes Cuisenaire)
- ▶ On résout le problème par la manipulation des cubes
- ▶ On fait dessiner le résultat de la manipulation
- ▶ On épure le dessin pour le faire évoluer vers un schéma qui met en évidence la structure du problème
- ▶ On explicite les liens entre ce schéma et l'écriture mathématique



Une proposition d'affiche

Je cherche ce qu'on a à la fin.

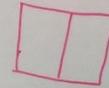
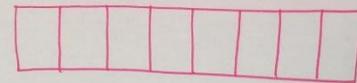
Léo avait 8 billes. Il a donné 5 billes à Juliette. Combien a-t-il de billes maintenant ?



$$8 - 5 = \textcircled{3}$$

Je cherche une partie.

Dans mes poches j'ai 10 billes. J'en ai 8 dans ma poche gauche. Combien en ai-je dans ma poche droite ?



$$8 + \textcircled{2} = 10$$
$$10 - 8 = \textcircled{2}$$

L'affiche servira de support pour faire des analogies lors des prochaines séances :

en cours de résolution comme un « coup de pouce » ;
à la fin lors l'institutionnalisation

Pour aller vers l'abstraction...les schémas en barres

Les modélisations en barres renforcent les compétences sur le sens des opérations et leurs propriétés d'une part, sur le calcul et la structure décimale d'autre part.

Le modèle en barre permet de travailler sur la longueur, sur les propriétés de l'addition. Il présente l'avantage de permettre de se libérer des données de l'énoncé et allège ainsi la charge cognitive.

Parce qu'ils sont très puissants et efficaces, les schémas en barre doivent être enseignés à nos élèves.

Focus : faire des schémas, ça s'apprend !

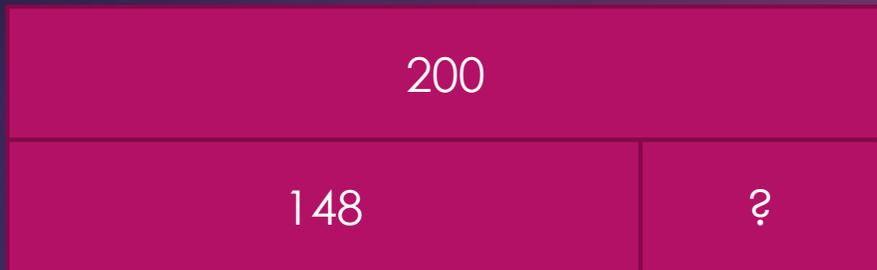
Il est nécessaire d'enseigner explicitement le schéma pour que l'élève puisse évoluer dans ses représentations mentales, graphiques, conceptuelles.

Mélanie Guenais d'Orsay, formatrice RMC.

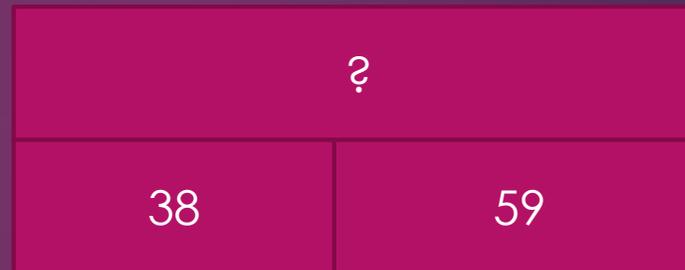
Pour les élèves qui n'en ont pas besoin, il ne faut pas les leur imposer.

Modélisation en barres

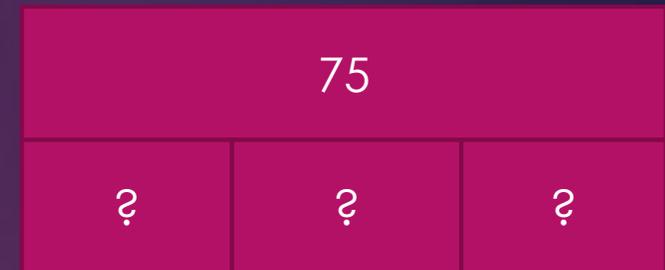
4 Antonin étale ses 200 photos sur la table. Le vent souffle et des photos s'envolent. Antonin en rattrape 148. Combien de photos se sont envolées ?



7 38 moutons sont dans la bergerie. 59 moutons sont sortis paître dans les pâturages. Combien de moutons le berger a-t-il en tout ?
Écris la bonne opération.



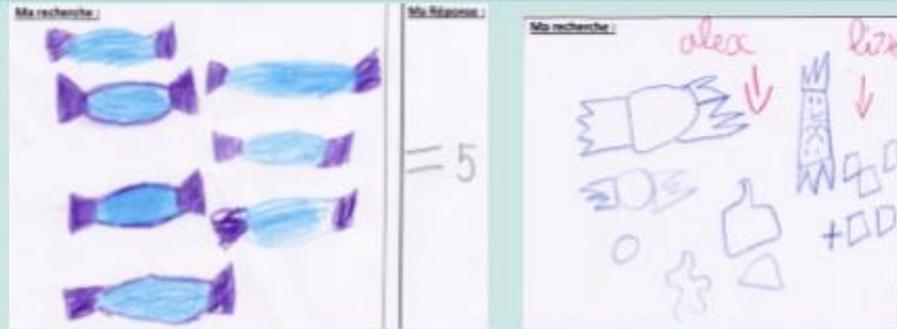
8 Narong prépare le goûter des éléphanteaux. Il a 75 morceaux de canne à sucre pour 3 éléphanteaux. Combien chaque éléphanteau aura-t-il de morceaux de canne à sucre ?



Comment modéliser?

Extraire l'information utile pour modéliser :

Exemples de productions de schémas en début de CE1 : Commentez.



Énoncé : Alex et Lisa ont acheté des bonbons. Alex en a acheté 7, à eux deux ils en ont 12. Combien Lisa a-t-elle acheté de bonbons ?

Focus : prélever les informations utiles, c'est quoi ?

Les représentations évoluent avec l'âge, pour passer du mode concret manipulateur au mode iconique puis abstrait.

Sélectionner l'information utile dans un énoncé ne signifie pas supprimer les phrases ou données inutilement rajoutées, mais être capable d'abstraire le nombre de son unité concrète :

- savoir qu'il est inutile de dessiner en bleu les bonbons de l'énoncé,
- savoir que des ronds suffisent à les symboliser indépendamment de leur forme,
- enfin comprendre que seule une représentation de leur quantité est nécessaire,

sont des capacités de plus en plus élaborées à extraire l'information utile.

Comment construire les schémas en barre ?

Cas des problèmes additifs : modèle "partie-tout"

Modèles en barre additif

15.5	
6.75	?

15.5	
?	6.75

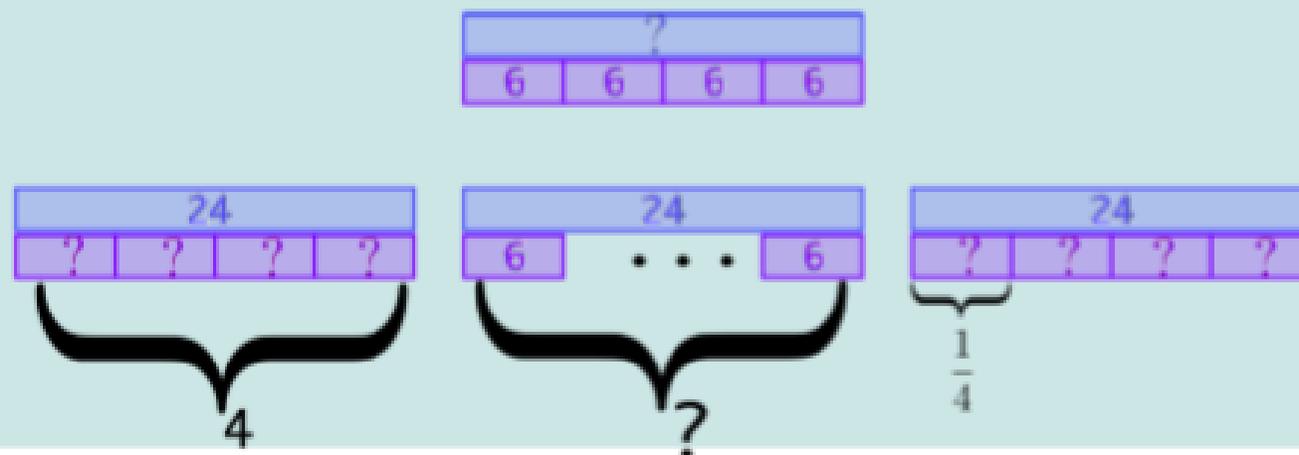
?	
15.5	6.75

Points de vigilance

- Le rôle de l'unité : indispensable ! les "parties" et le "tout" ne sont pas des nombres ! ce sont les grandeurs associées qui sont représentées : celles-ci doivent être explicitées.
- Tout problème additif basique peut se représenter de cette manière, à condition d'avoir défini au préalable la quantité la plus grande de celles qu'on étudie : il faut bien le préciser au préalable.
- Les opérations correspondantes sont des additions, ou des additions "à trou" ; la soustraction découlera de cette dernière formulation, pouvant être comprise soit comme complément, soit comme retrait.

Comment construire les schémas en barre ?

Cas des problèmes multiplicatifs : un schéma compatible avec le modèle additif.



Points importants

- L'unité : indispensable à préciser, en particulier pour des problèmes impliquant des fractions.
- Un seul schéma qui permet de représenter toutes les opérations.
- Les opérations correspondantes sont des multiplications ou des multiplications "à trou" ; la division découlera de cette dernière formulation, pouvant être comprise soit comme partage, comme quotient, puis comme division euclidienne avec reste.
- Il sera nécessaire de réfléchir aux légendes accompagnant le schéma, pour qu'il soit clair et non surchargé.

Schéma en barres : :

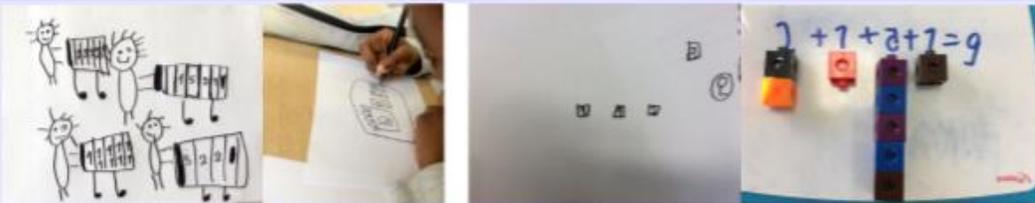
- **Points positifs** : Proche des longueurs représentée sur la droite graduée. Pas de problème de changement de registre des nombres (repère/longueur). Peut ne pas être à l'échelle (comme pour les bulles, sens algorithmique). Utilisation possible des 2 dimensions du rectangle. Symétrie des données intuitive. Lien avec les opérations explicite. Lien fort avec les fractions d'unité. Possibilité de superposition.
- **Points négatifs** : Pas de soustractions possibles. Additions ou additions à trou. Nécessité de comprendre la soustraction comme complément par superposition de longueurs.

Partir des représentations élèves pour construire

Exemple d'un problème ouvert en CP : Les crayons (d'après C. Choquet, 2018-2019)

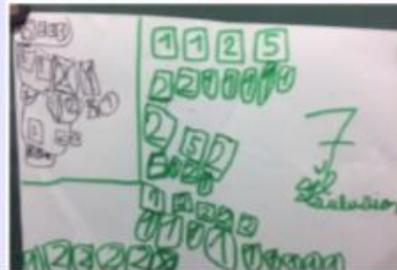
Arthur va dans un magasin. Il veut acheter 9 crayons. Il y a des boîtes de 5 crayons, des boîtes de 2 crayons et des boîtes de 1 crayon. Essaie de trouver des façons différentes pour acheter les crayons.

Analyser les productions ci-dessous et proposer un affichage de classe, imaginer une mise en lien avec les schémas en barre



Ci-dessus des productions initiales. A gauche, une élève de CE1 non entraînée depuis le CP à la résolution de problèmes ouverts.

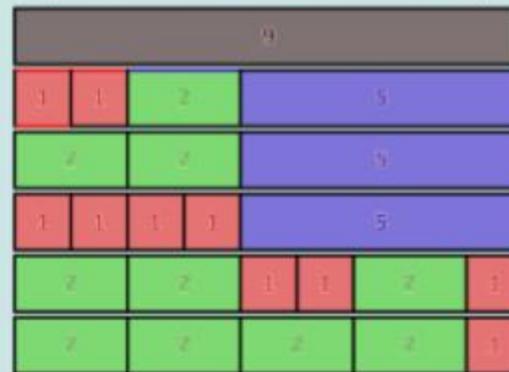
Ci-contre, exemple d'une production finale (à gauche de l'affiche les réalisations de la première séance).



Affiches du problème des crayons

Quelles affiches collectives ? Propositions

Et pour les schémas en barres ? Que pensez-vous du matériel possible en lien ?



Bilan du problème des crayons

Quel bilan d'analyse sur les productions observées? Propositions

- Le manque d'entraînement à la représentation des problèmes conduit à un retour aux représentations iconiques.
- Les productions montrent une représentation linéaire à l'aide de rectangles indiquant la quantité en chiffre : cette présentation est claire et bien comprise. Elle est probablement induite par l'idée des boîtes mentionnées par le contexte. La taille des rectangles en revanche ne rend pas compte de la quantité.
- L'indépendance de l'ordre dans la description est encore à travailler. Le support matériel peut être un point d'appui.
- Le matériel utilisé sur l'ardoise pourrait être mis en correspondance avec les rectangles (en les tournant dans l'autre sens).
- L'écriture algébrique est en place, elle coexiste avec le regroupement de collections et la juxtaposition des rectangles. Les correspondances peuvent donc être explicitées à partir de propositions des élèves.

Points de vigilance :

- Nécessité de poursuivre le travail d'entraînement à la représentation de problèmes régulièrement et tout au long de la scolarité.
- Appui sur les stratégies proposées par les élèves pour construire les schémas.
- Le choix des variables didactiques influent sur les choix des stratégies proposées.

A vous de vous entraîner aux schémas en barres

Proposition de série de problèmes

....

... et utilisation du schéma en barres.

Bilan provisoire sur les schémas en barre et la modélisation :

- Efficace, même pour des problèmes a priori difficiles !
- Nécessité de l'apprentissage des constructions des schémas pour en permettre l'usage.
- Les apports des schémas en barre : permettent d'unifier les modélisations et de simplifier les représentations en restant proche du sens du contexte, et proches des nombres.
- Nécessitent d'être adaptés en fonction des besoins (à l'échelle ou non, par exemple).
- Nécessité de son usage ? non, c'est un outil pour aider au passage au modèle algébrique.
- De multiples intérêts secondaires : peut permettre avec adaptations de représenter la structure décimale, de visualiser les opérations, et les techniques de calcul mental, en ligne, ou posé.
- etc..

Finalités du schéma en cycle 2 :

Les défis du CP :

- Faire abandonner le comptage 1 à 1
- Faire abandonner le surcomptage
- Faire acquérir le calcul (mental) grâce à plusieurs procédures :
 - la décomposition, ($8 + 5 = 8 + 2 + 3$)
 - la complétion à 10 ($6 + ? = 10$),
 - l'utilisation des doubles ($7 + 6 = 6 + 1 + 6$)
 - les sauts de 10 ($8 + 13 = 8 + 10 + 3$).

Les deux finalités du schéma.

- Représenter une modélisation du problème,
- Représenter la structure de l'écriture du nombre pour consolider le calcul.